

hejoseph



版主
Member
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2008-2-4 10:00 只看该作者 小中大 1#

新春有奖答题15：椭圆切线问题

P为椭圆（非圆）上不是长轴顶点上任一点，过点P的切线与过长轴顶点与长轴垂直的直线相交于点S、T，求证以线段ST为直径的圆过这个椭圆的两个焦点。

[本帖最后由 hejoseph 于 2008-2-4 10:08 编辑]

SIGNATURE :-----

他山之石，可以攻玉。
我的博客

引用 报告 回复 TOP

HSMHSM



青铜战士
Member
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

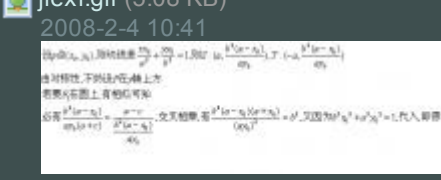
发表于 2008-2-4 10:23 只看该作者 小中大 2#

为什么会出一个解几的题？？不理解（图片里y轴改成x轴~~不然看不懂了~~~）还打错了个字，我汗~~

这个题还可以用向量来做

[本帖最后由 HSMHSM 于 2008-2-4 10:49 编辑]

附件



2008-2-4 10:41

如图， F_1, A, F_2 是椭圆长轴上的三点， P 是椭圆上一点， ST 是过 P 点的切线， S, T 是切线与长轴垂线 F_1H, F_2A 的交点，求证以 ST 为直径的圆过 F_1, F_2 。

证明：设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ， $P(x_0, y_0)$ 是椭圆上一点，则切线 ST 的方程为 $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$ 。令 $x = -a$ 得 $S(-a, \frac{b^2}{y_0})$ ，令 $x = a$ 得 $T(a, \frac{b^2}{y_0})$ 。则 ST 的中点 M 为 $(0, \frac{b^2}{y_0})$ ， ST 的垂直平分线 PM 的方程为 $x = 0$ 。又 $F_1(-a, 0), F_2(a, 0)$ ，则 F_1, F_2 到 PM 的距离相等，故 F_1, F_2 在以 ST 为直径的圆上。

SIGNATURE :-----

大不自多，海纳江河.....树我邦国，天下来同！！
若不可说，只可不说——逻辑哲学论，7.1

引用 报告 回复 TOP

hejoseph



版主
Member
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2008-2-4 10:24 只看该作者 小中大 3#

解析几何也是重要内容啊，怎么可以忽略呢？

SIGNATURE :-----

他山之石，可以攻玉。
我的博客

引用 报告 回复 TOP

HSMHSM



青铜战士
Member
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2008-2-4 10:41 只看该作者 小中大 4#

发了个证明~~这题貌似不难

SIGNATURE :-----

大不自多，海纳江河.....树我邦国，天下来同！！
若不可说，只可不说——逻辑哲学论，7.1

引用 报告 回复 TOP

hejoseph



版主
Member
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2008-2-4 10:47 只看该作者 小中大 5#

回复 #4 HSMHSM 的帖子

呵呵！终于做了啊？
不要一看解析几何就觉得繁难。

SIGNATURE :-----

他山之石，可以攻玉。
我的博客

引用 报告 回复 TOP

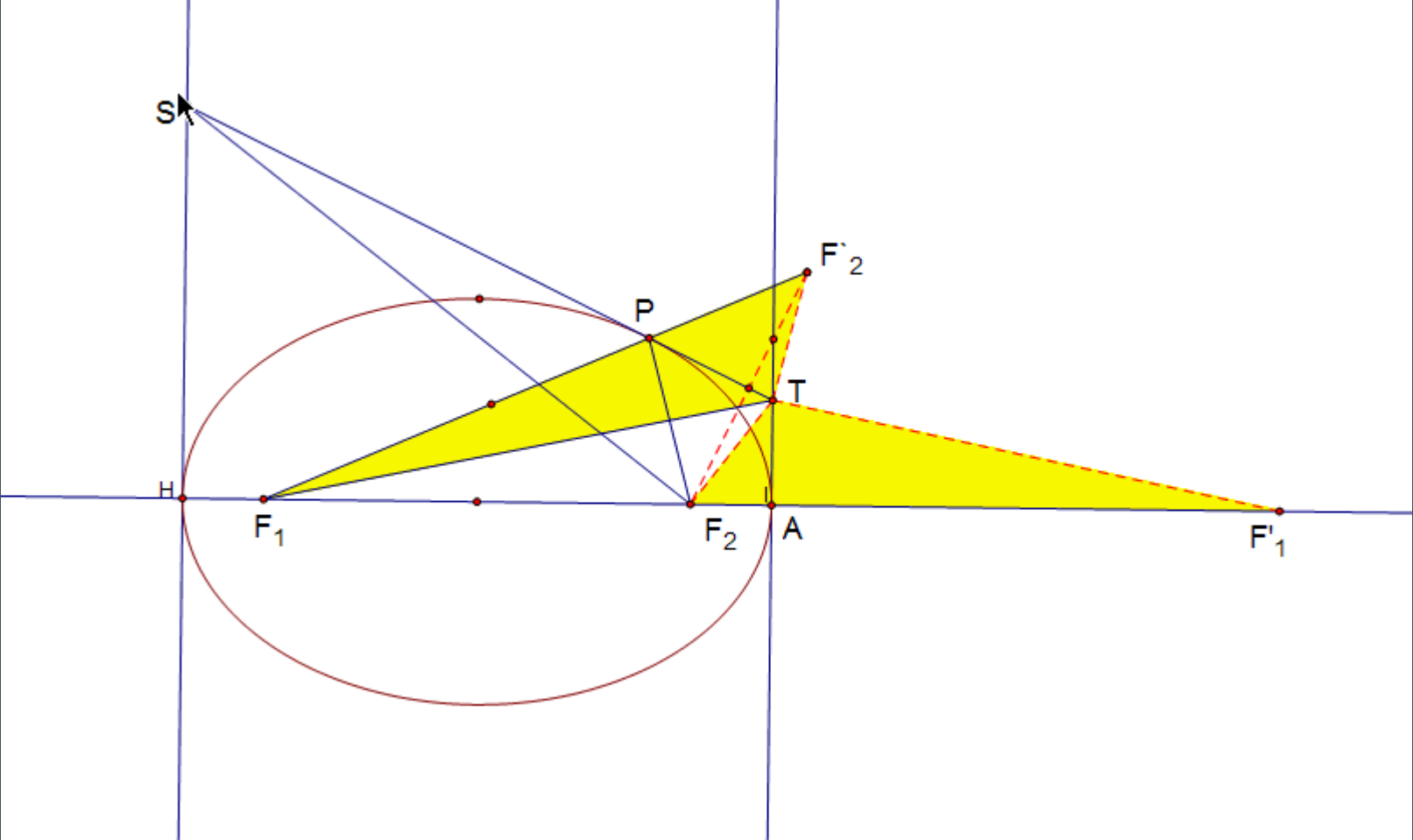
xycli



版主
Member
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2008-2-4 12:36 只看该作者 小中大 6#

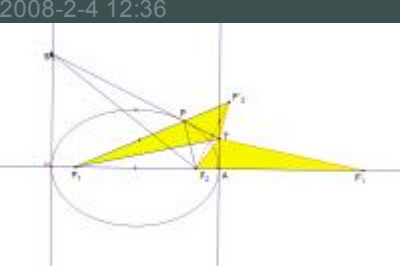
回复 #1 hejoseph 的帖子



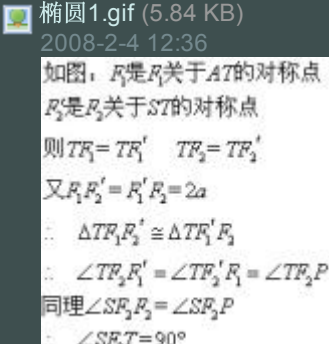
如图： F_1 是 F_2 关于 AT 的对称点
 F_2 是 F_1 关于 ST 的对称点
则 $TF_1 = TF_1'$ $TF_2 = TF_2'$
又 $F_1F_2' = F_1'F_2 = 2a$
 $\therefore \triangle TF_1F_2' \cong \triangle TF_1'F_2$
 $\therefore \angle TF_2F_1' = \angle TF_2'F_1 = \angle TF_2P$
同理 $\angle SF_2F_2' = \angle SF_2'P$
 $\therefore \angle SF_2'T = 90^\circ$

[本帖最后由 xycli 于 2008-2-4 12:38 编辑]

附件



2008-2-4 12:36



2008-2-4 12:36

如图， F_1 是 F_2 关于 AT 的对称点
 F_2 是 F_1 关于 ST 的对称点
则 $TF_1 = TF_1'$ $TF_2 = TF_2'$
又 $F_1F_2' = F_1'F_2 = 2a$
 $\therefore \triangle TF_1F_2' \cong \triangle TF_1'F_2$
 $\therefore \angle TF_2F_1' = \angle TF_2'F_1 = \angle TF_2P$
同理 $\angle SF_2F_2' = \angle SF_2'P$
 $\therefore \angle SF_2'T = 90^\circ$

SIGNATURE :-----

逻辑证明

引用 报告 回复 TOP

hejoseph



版主
Member
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2008-2-4 12:47 只看该作者 小中大 7#

回复 #6 xycli 的帖子

这个就是出这个题目的方法，不用怎么计算的。

SIGNATURE :-----

他山之石，可以攻玉。
我的博客

引用 报告 回复 TOP

younger110



钢铁战士
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2009-12-30 17:04 只看该作者 小中大 8#

有才!!!!!!

引用 报告 回复 TOP

沙漠繁荣



见习战士
个人空间 发短消息
加为好友 当前离线

发表于 2009-12-31 10:03 只看该作者 小中大 9#

证明很容易，只是我不能发图，不能上传

引用 报告 回复 TOP